MOOC: Computación y Criptografía Cuánticas

Lección 1: Modelo de Computación Cuántica

Soluciones razonadas a los test de evaluación

1. El estado resultante tras medir el estado $|0\rangle$, respecto de la base $B = [u, v]$, con $u = 0.6|0\rangle + 0.8|1\rangle$ y $v = 0.8|0\rangle - 0.6|1\rangle$ puede ser:

b) u, con probabilidad 0.36.

Para justificar que ésta es la respuesta correcta, basta poner $|0\rangle$ en función de los vectores de la base B. Como $|0\rangle = 0.6u + 0.8v$, la probabilidad de obtener u al medir este estado respecto de la base B es $0.6^2 = 0.36$

---

2. El estado de 2-qubits $0.6|01\rangle + 0.8|10\rangle$

a) es entrelazado.

No se puede poner como producto tensorial de dos estados de un qubit ya que

$$(a|0\rangle + b|1\rangle) \otimes (c|0\rangle + d|1\rangle) = ac|00\rangle + ad|01\rangle + bc|10\rangle + bd|11\rangle$$

y, para que este estado coincidiera con $0.6|01\rangle + 0.8|10\rangle$, deberían cumplirse las ecuaciones $ac = 0$, $bd = 0$, $ad = 0.6$, $bc = 0.8$, lo que es imposible.

---

3. El estado resultante tras medir el primer qubit del estado $b = 0.6|00\rangle + 0.8|01\rangle$ con la base B_1 puede ser:

a) El propio estado b, con probabilidad 1.

El vector b está en el subespacio generado por los dos primeros vectores de la base B_2, que son $|00\rangle$ y $|01\rangle$. Por eso al medir el primer qubit se obtendrá 0 con probabilidad $1 = 0.6^2 + 0.8^2$.

---

4. La salida del siguiente circuito, correspondiente a la entrada $|00\rangle$ es

b) $\frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$.

Partimos de $|00\rangle$ y aplicamos $H \otimes I$ y después C_{12}

$$|00\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle) \to \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Ahora aplicamos H en el segundo qubit y después Z en el primero:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \to \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)) \to \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$$

---

5. Dados los estados $u = a|00\rangle + b|10\rangle$, $v = a|00\rangle + b|11\rangle$,

c) Hay más de una transformación unitaria tal que $T(u) = v$.

Evidentemente $C_{12}(u) = v$, pero también se obtiene el mismo resultado si, por ejemplo, antes de aplicar C_{12} aplicamos una transformación que no modifique el estado u, como $I \otimes Z$.

La transformación unitaria $T = C_{12} \circ (I \otimes Z)$ también cumple $T(u) = V$.