GRUPO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA GIEMATIC — EU Informática Dpto. Matemática Aplicada

Entrenamiento matemático. Hoja AL6

EU Informática
UPM

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

Dpto. MA
GIEMATIC [1]

Matrices y Espacios vectoriales I (Álgebra)

a) Escalonar las siguientes matrices, utilizando el algoritmo de Gauss, e indicando las operaciones elementales efectuadas en cada paso:

1. Con coeficientes en $\mathbb{R}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

2. Con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \sim$$

b) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, se pide:

1. Obtener la matriz inversa, en caso de que exista.

[1] Grupo de Innovación Educativa GIEMATIC: José J. Carreño, Jesús García, Ana Lías, Ángeles Martínez.

2. Para las que sí tengan inversa, comprobar la solución obtenida mediante la definición.

c) Indicar con 0, 1 ó 2 si las siguientes matrices no son escalonadas (0), son escalonadas pero no reducidas (1) o son escalonadas reducidas (2):

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \boxed{} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \boxed{} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \boxed{} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \boxed{}$$

d) Las siguientes matrices están asociadas a sistemas de vectores de $\mathbb{R}^n$: los vectores se han colocado en filas y se ha escalonado la matriz. En cada caso, decir

1. quién es el espacio ambiente $\mathbb{R}^n$,

2. el número de vectores del sistema original que son linealmente independientes,

3. ampliar el sistema libre obtenido en las filas a una base de $\mathbb{R}^n$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.

2.

3.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.

2.

3.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.

2.

3.

e) Estudiar si los siguientes sistemas son bases de los espacios que se indican:

a) En $\mathbb{Z}_3^3$: $\{(1,1,0),\ (1,0,2),\ (1,2,1)\}$

b) En $(\mathbb{Z}_5)_3[x]$: $\{1+x^2, x+2x^3, -1+x^2, -x+3x^3\}$

c) En $\mathbb{R}_3[x]$: $\{1+x^2, x+2x^3, -1+x^2, -x+3x^3\}$

f) Dada la base de $\mathbb{R}^3$, $B = [(1,1,1),\ (1,0,-1),\ (0,0,1)]$, obtener las coordenadas respecto de la base canónica de los siguientes vectores, que están dados respecto de B.

$(1,1,1)_B =$

$(1,-1,1)_B =$

$(1,0,0)_B =$

$(0,0,2)_B =$

g) Dada la base de $\mathbb{R}^3$, $B = [(1,1,1),\ (1,0,-1),\ (0,0,1)]$, obtener las coordenadas respecto de B de los vectores dados en la base canónica

$(1,1,1) =$

$(1,1,0) =$

$(0,0,2) =$

$(1,0,0) =$

h) Piensa y resuelve:

1. En $\mathbb{R}_3[x]$, se tiene el sistema de vectores $\{1 + x + x^3,\ x + x^2\}$. Ampliar el sistema de modo que en la primera ampliación no se obtenga una base y en la siguiente sí. Justificar la respuesta.