Entrenamiento matemático. Hoja AL7

EU Informática
UPM

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

Dpto. MA
GIEMATIC [1]

Matrices y Espacios vectoriales II (Álgebra)

a) Estudiar si el sistema $\{\,(1,2,3,1),\ (2,1,0,1),\ (0,1,2,2)\}$ es un sistema libre en $\mathbb{K}=\mathbb{Z}_5^4,\mathbb{R}^4$. En caso afirmativo, ampliarlo a una base del espacio.

1. En $\mathbb{R}^4$:

2. En $\mathbb{Z}_5^4$:

b) Estudiar si los siguientes sistemas son generadores de $\mathbb{R}^3$. En caso afirmativo, extraer un sistema libre y ampliarlo a una base del espacio.

1. $\{(1,2,-2),\ (2,1,-1),\ (0,-1,1),\ (-1,1,-1)\}$:

2. $\{(1,2,-2),\ (2,1,-1),\ (0,-1,1),\ (0,0,1)\}$:

[1] Grupo de Innovación Educativa GIEMATIC: José J. Carreño, Jesús García, Ana Lías, Ángeles Martínez.

c) Dada la base $B = [\ (1,0,1),\ (1,1,0),\ (0,0,1)\ ]$ de R^3, calcular las coordenadas respecto de dicha base de los vectores:

1. $u_1 = (1,0,1) =$
2. $u_2 = (1,1,0) =$
3. $u_3 = (1,1,1) =$
4. $u_4 = (1,0,0) =$

d) Dada la base $B = [\ 1,\ 1+x,\ 1+x+x^2]$ de $R_2[x]$, calcular las coordenadas respecto de dicha base de los vectores:

1. $u_1 = 1 =$
2. $u_2 = 1+x =$
3. $u_3 = x =$
4. $u_4 = x^2 =$

e) Dada la base $B = [\ (1,0,1),\ (1,1,0),\ (0,0,1)]$ de R^3, calcular las coordenadas respecto de la base canónica de los vectores:

1. $u_1 = (1,0,0)_B =$
2. $u_2 = (1,1,0)_B =$
3. $u_3 = (0,-2,1)_B =$

f) Dada la base $B = [\ 1,\ 1+x,\ 1+x+x^2]$ de $R_2[x]$, calcular las coordenadas respecto de la base canónica, $B_c = [1, x, x^2]$, de los vectores:

1. $u_1 = (1,0,-1)_B =$
2. $u_2 = (1,1,0)_B =$
3. $u_3 = (1,1,-1)_B =$

g) Dada la base de $\mathbb{R}^3$, $B = [(1,1,1),\ (1,0,-1),\ (0,0,1)]$:

1. Obtener la expresión matricial del cambio de base de B a B_c.

2. Usar dicha expresión para obtener los vectores siguientes en coordenadas respecto de la base canónica $(1,2,1)_B,\ (-1,-1,1)_B,\ (1,0,0)_B$:

GEMATIC GRUPO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA
EU Informática Dpto. Matemática Aplicada

3. Obtener la expresión matricial del cambio de base de B_c a B.

h) Piensa y resuelve:

En $\mathbb{R}^3$, se tiene la siguiente expresión matricial para el cambio de base de $B_1 = [e_1,\ e_2,\ e_3]$ y $B_2 = [u_1,\ u_2,\ u_3]$:

$$X_{B_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{B_1}$$

Decir qué relación guardan los vectores de ambas bases. Justificar la respuesta.

GRUPO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA
GIEMATIC
EU Informática Dpto. Matemática Aplicada