Entrenamiento matemático. Hoja AL8

EU Informática
UPM

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

Dpto. MA
GIEMATIC [1]

Espacios vectoriales (Álgebra)

a) Estudiar si el siguiente sistema es generador de V, en cada caso. En caso afirmativo, extraer una base del espacio.

1. $V = \mathbb{R}^3$, y $\{(1, 0, -2),\ (1, 1, -1),\ (0, -1, 1),\ (-1, 1, -1)\}$:

2. $V = \mathbb{R}_2[x]$ y $\{1 + x,\ x + x^2,\ 1 - x + x^2,\ x - x^2\}$:

b) Dada la base $B = [\ (1, 0, 1),\ (1, 1, 0),\ (-1, 0, 1)]$ de $\mathbb{R}^3$, calcular las coordenadas respecto de la base canónica de los vectores:

1. $u_1 = (1, 0, 0)_B =$

2. $u_2 = (1, 0, 1)_B =$

c) Dada la base $B = [\ 1 + x^2,\ 1 + x,\ 1 + x + x^2]$ de $\mathbb{R}_2[x]$, calcular las coordenadas respecto de la base canónica, $B_c = [1, x, x^2]$, de los vectores:

1. $u_1 = (1, 0, -1)_B =$

2. $u_2 = (1, 1, -1)_B =$

d) En $\mathbb{R}^4$:

1. Comprobar que $B = [\,(1, 2, 1, 1),\ (1, 1, 0, 1),\ (0, 1, 0, 2),\ (0, 0, 0, 1)\ ]$ es base.

[1] Grupo de Innovación Educativa GIEMATIC: José J. Carreño, Jesús García, Ana Lías, Ángeles Martínez.

2. Obtener la expresión matricial del cambio de base de B a B_c.

3. Usar la expresión matricial anterior para obtener los vectores $(1,1,1,1)_B,\ (1,0,0,2)_B$ respecto de la base canónica.

4. Obtener la expresión matricial del cambio de base de B_c a B.

5. Usar la expresión matricial anterior para obtener las coordenadas de los vectores de la base canónica respecto de la base B.

e) Piensa y resuelve:

1. En $\mathbb{R}^3$, se tiene la siguiente expresión matricial para el cambio de base de $B_1 = [e_1,\ e_2,\ e_3]$ y $B_2 = [u_1,\ u_2,\ u_3]$:

$$X_{B_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{B_1}$$

Decir qué relación guardan los vectores de ambas bases. Justificar la respuesta.